复旦大学数学科学学院

2014～2015 学年第二学期期末考试试卷

A 卷

课程名称：＿＿高等数学 A（下）＿＿　　课程代码：＿＿MATH120002＿＿

开课院系：＿＿数学科学学院＿＿　　考试形式：＿闭卷＿

题　号	1	2	3	4	5	6	7	总　分
得　分								

1. （本题共 48 分，每小题 6 分）计算下列各题

(1) 设 $z=(x^2+y^2)\ln(x^2+y^2)$，求 z''_{xy}。

(2) 解方程 $xy'-y=x^2$。

(3) 求函数 $u=xy+zx+yz$ 在点 (1, 1, 1) 处沿方向 $\boldsymbol{l}=(1,-2,2)$ 的方向导数。

姓　名：＿＿＿＿　学　号：＿＿＿＿　专　业：＿＿＿＿

（装订线内不要答题）

(4) 求函数 $u=x^2+y^2+z^2$ 在条件 $x+2y+3z=14\ (x,y,z\geq 0)$ 下的极值。

(5) 计算 $\iint\limits_D (x+y)dxdy$，其中 $D: x^2+y^2\leq 2y$。

(6) 讨论级数 $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\ln n}{n^2+1}$ 的收敛性。

(7) 计算 $\iint\limits_\Sigma (x+y^2)dydz+2yzdzdx+zdxdy$，其中 Σ 为曲面 $z=x^2+y^2 (0\leq z\leq 1)$ 的下侧。

(8) 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot 3^n}x^n$的收敛半径与收敛区间。。

2.（本题共 8 分）设 f 可微，证明曲面Σ：$f(\frac{z}{y},\frac{x}{z},\frac{y}{x})=0$上任意一点处的切平面过某个定点。

3.（本题共 8 分）求$\int_{\Gamma}(x+3y^2)ds$，其中$\Gamma:\begin{cases}x^2+y^2+z^2=a^2\\ x+y+z=0\end{cases}(a>0)$。

4.（本题共 10 分）设$\Sigma: \frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}+z^2=1\,(z \ge 0)$，点$P(x,y,z)\in\Sigma$，$\Pi$是$\Sigma$在点$P$处的切平面，$d(x,y,z)$为原点到$\Pi$的距离，求$\iint\limits_{\Sigma}\frac{z}{d(x,y,z)}dS$。

5.（本题共 10 分）设$f(x)$在$(0,+\infty)$上有连续导数，且$f(1)=\frac{1}{2}$，曲线积分$\int\limits_L (yf^2(x)+2x)dx+(xf(x)+y^2)dy$在右半平面$(x>0)$与路径无关。

(1)求$f(x)$的表达式；(2)设在右半平面的有向曲线L的起点为$(1,0)$，终点为$(2,3)$，试计算上述曲线积分。

6.（本题共 8 分）设 $f(x)=\begin{cases} 1, & x\in[-\pi,0) \\ x, & x\in[0,\pi) \end{cases}$，求其 Fourier 级数及 Fourier 级数的和函数 $S(x)$，并计算 $S(4\pi)$。

7.（本题共 8 分）设$\{a_n\}$为正数列$(a_n > 0, n = 1,2,\cdots)$，$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 发散，记$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$，

证明：（1）$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{S_n}$ 发散；　　（2）$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{S_n^p}$ 收敛$(p > 1)$。