

复旦大学 2006~2007 学年第一学期期末考试试卷

课程名称: 数学分析 I 课程代码: 218.121.2.01

开课院系: 数学科学学院

学生姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

题目	1	2	3	4	5	6	7	8	总分
得分									

填空题

1. (每空格 5 分, 共 30 分)

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \sqrt{1+2x^2}}{x^4} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\int \frac{dx}{\cos^2 \sqrt{x}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) 曲线 $ye^x + 3y - x^2 = 4$ 在 $(0,1)$ 点处的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$

(4) $y = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$, 则 $y'' = \underline{\hspace{2cm}}$

(5) $x^3 - 3x + p = 0$ 只有一个实根, 则 p 的范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$

(6) $f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, $f''(0)$ 存在, 则 α 的范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

解答题 (每题 10 分)

2. 求极限: $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left[e - \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right]$ 。

3. 求不定积分: $\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$ 。

4. 设 $0 < x < 1$, 证明: $x^n(1-x) < \frac{1}{ne}$ 。

5. 问 $f(x) = x \sin x$ 在 $[0, +\infty)$ 上是否一致连续? 证明你的断言.
6. 设 $f(x)$ 在 x_0 点的一个邻域可导, $f'(x_0) > 0$, 问是否存在 $\delta > 0$, 使 $f(x)$ 在 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 上单调增加? 是的话, 请证明之; 不一定的话, 请举出反例.
7. (1) 设 (x_0, y_0) $x_0 > 0, y_0 > 0$ 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上一点, 求过 (x_0, y_0) 点的椭圆切线方程。(2) 问 (x_0, y_0) 为哪一点时, 切线与 x 轴, y 轴所围的三角形面积最小? 并求出最小的面积。
8. 设 $y = \frac{(x+1)^2}{x-1}$ (或 $y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$), 讨论函数的单调性、极值、凸性、拐点, 求出它的渐近线, 并作出它的简图。