

复旦大学 2005~2006 学年第一学期期末考试试卷

课程名称： 数学分析 (I) 课程代码：

开课院系： 数学科学学院

学生姓名： 学号： 专业：

题 目	1	2	3	4	5	6	7	8	总 分
得 分									

1. 计算下列各题：

(1) 求曲线 $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos 2t \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{4}$ 所对应的点处的切线方程。

(2) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} x \cot 2x$ 。

(3) 求函数 $y = x^{\frac{1}{x}}$ ($x > 0$) 的极值。

(4) 求曲线 $y = x^4(12\ln x - 7)$ 的凸性与拐点。

(5) 计算不定积分 $\int \frac{dx}{x^2(1-x)}$ 。

2. 讨论函数

$$f(x) = \begin{cases} x(1-x), & x \text{ 为有理数,} \\ x(1+x), & x \text{ 为无理数} \end{cases}$$

的连续性与可微性。

3. 问函数 $f(x) = \frac{x+2}{x+1} \sin \frac{1}{x}$ 在 $(0, 1)$ 上是否一致连续? 请对你的结论说明理由。

4. 设函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 点可导, 且 $f(1)=1$, $f'(1)=2$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{f\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{f(1)} \right]^n$ 。

5. 设函数 $f(x)$ 满足 $f(\ln x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$, 求 $\int f(x) dx$ 。

6. 证明：当 $x < 0$ 时成立

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{\ln(1-x)} < 1。$$